

**TÍTULO:** Una solución a los problemas de experimentación, modelación y optimización de sistemas vinculados a la administración. (Parte 1).

**TITLE:** A solution to the problems of experimentation, modelation and optimization of systems associated to the management. (Part 1).

**AUTORES:**

Lic. Horacio Salvador Hernández.

MsC. Emilio Quevedo Ríos.

**PAÍS:** Cuba

**RESUMEN:**

Se reporta la confección de un software que permite optimizar una función objetivo con o sin restricciones mediante uno de los métodos numéricos siguientes: Gradiente (Steepest Ascent), Simplex, Simplex Acelerado, Complex de Box. Además permite ajustar datos experimentales a funciones polinómicas, utilizando la metodología de superficie de respuesta y optimizarlas después por uno de los métodos antes mencionados.

**PALABRAS CLAVES:** OPTIMIZACIÓN, MODELACIÓN, DISEÑO DE EXPERIMENTOS.

**ABSTRACT:**

This paper reports the confection of a software that permits to optimize an objective function with or without restrictions through one of the following numerical methods: Gradient, Simplex, Accelerated Simplex, Complex of Box. Furthermore it permits to adjust experimental data to polynomial functions, using the methodology of Response Surface and to optimize them later by one of the previous methods.

**KEY WORDS:** OPTIMIZATION, MODELATION, EXPERIMENTAL DESIGN.

**INTRODUCCIÓN**

Se considera que el estado “deseado o ideal” del conocimiento que un investigador tiene sobre un objeto real es aquel en el cual este objeto se puede representar en un modelo expresado mediante cierto número de relaciones en forma de dependencias funcionales de la siguiente manera:

$$y = f(x_1, x_2, \dots, x_n) \quad (1)$$

Donde cada elemento del conjunto  $y$ ,  $x_1$ ,  $x_2, \dots, x_n$ , representa una propiedad distinta del objeto, que ha sido caracterizada cuantitativamente en el sentido amplio.

El modelo (1) puede ser obtenido de alguna teoría acerca de la naturaleza interna del sistema y su relación con el ambiente, estos son los modelos teóricos; pero se dan muchos casos, particularmente en los problemas que afectan la eficiencia económica, la administración de los recursos o la actividad empresarial, y en general, los que aparecen en las ciencias de la conducta, en los cuales se investigan relaciones que tienen un carácter local y/o temporal.

En estos casos se utilizan los modelos empíricos, basados en la observación y la experimentación. La obtención de los modelos empíricos tiene una metodología que se resume en los capítulos I y II del libro de E. P. Box y N. R. Draper publicado en 1992 [1].

La problemática que origina la obtención de los modelos empíricos en la actividad de administración en general, está relacionada con uno de los siguientes fines o con un conjunto de ellos:

1. Comprobar si existe o no una relación funcional entre magnitudes que caracterizan al sistema, para luego tomar una decisión [2]. Este procedimiento encuentra su justificación teórica en los métodos de toma de decisión basados en la inferencia estadística y permite estudiar la influencia de factores cualitativos sobre algún índice o indicador de eficiencia ( $y$ ), que caracteriza al sistema.
2. Obtener de forma explícita la relación funcional, con el propósito de pronosticar el valor del indicador de eficiencia [3]. La obtención de una expresión analítica para un modelo empírico, generalmente se hace utilizando el análisis de regresión o las series cronológicas. Los datos experimentales se obtienen de la ejecución de experimentos, generalmente de proyectos  $2k$ .
3. Encontrar una combinación de los niveles de los factores ( ) que haga óptimo el valor de  $y$ , o sea, optimizar el modelo del sistema [4].

Muchos problemas en las ciencias naturales y exactas y en la tecnología se formulan para buscar sus soluciones logrando los objetivos 2 y 3 anteriormente expuestos.

Cuando la finalidad es optimizar, todo el proceso de conocimiento del sistema se resume en el diagrama de bloque de la figura 1.

Una solución a los problemas de experimentación, modelación y optimización de sistemas vinculados a la administración. (Parte 1).

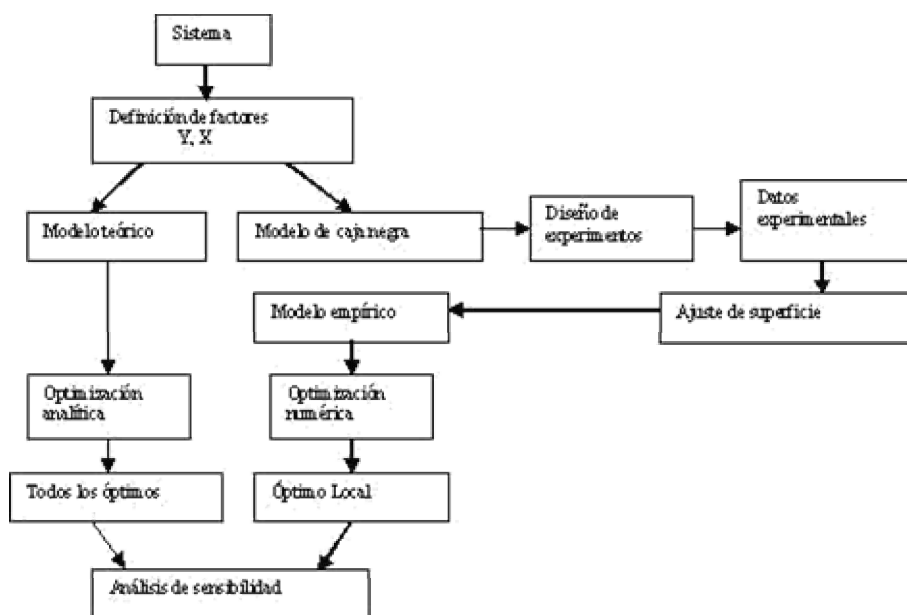


Figura 1

La metodología para la optimización analítica está establecida desde el siglo pasado y se basa fundamentalmente en el conocimiento del gradiente de la función objetivo, con o sin restricciones [6].

La optimización numérica es más variada y consta de una serie de métodos que se distinguen entre sí por presentar alguna ventaja que no tienen los demás [6]. Los más populares son: Simplex [5], Simplex Acelerado [5], Complex de Box (continuo y discreto) [6], Steepest Ascent [6], y Gradiente Conjugado [6].

Las ventajas y limitaciones de cada uno de ellos se dan en la literatura señalada.

En la actualidad, para realizar las tareas de obtención de modelos empíricos y la optimización de los mismos se requiere de softwares especializados en ambas temáticas. Pero hasta ahora no se cuenta con un producto de este tipo que permita realizar ambas tareas simultáneamente. Están disponibles, por ejemplo, los siguientes paquetes de procesamiento estadístico: STATGRAF, SPSS, EViews, EXCEL, SOLVER y LINDO. Los primeros cuatro fueron confeccionados para el procesamiento de datos y permiten obtener modelos empíricos, el primero permite optimizar el modelo sin restricciones mediante el método de Steepest Ascent en una forma bastante incomoda de manipular, mientras el EXCEL realiza la optimización de modelos lineales mediante la técnica de programación lineal. Los otros dos no optimizan los modelos empíricos. SOLVER Y LINDO optimizan modelos lineales, pero no permiten obtenerlos empíricamente. El objetivo de este trabajo es presentar un software que permite la obtención de modelos empíricos a partir de datos experimentales y la optimización de los mismos mediante uno de los métodos numéricos antes mencionados.



Una solución a los problemas de experimentación, modelación y optimización de sistemas vinculados a la administración. (Parte 1).

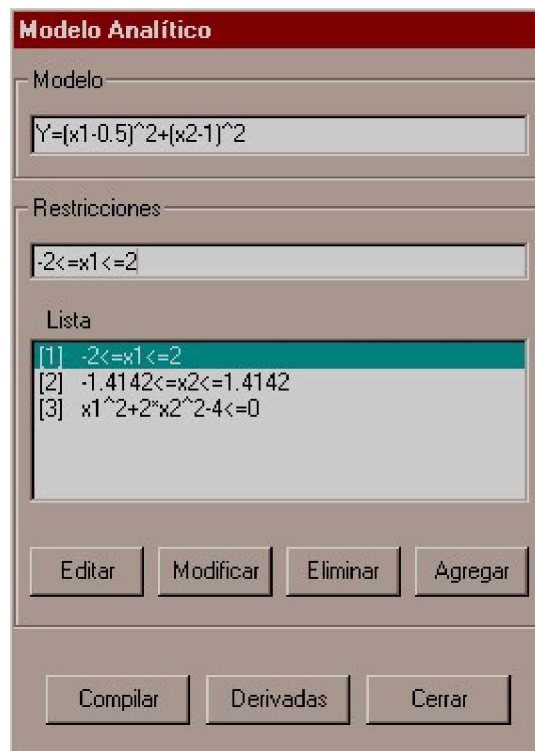


Figura 3. Editor de modelo analítico

Los datos se agrupan en cuadrículas que brindan las facilidades de edición comunes. Las cuadrículas se guardan en ficheros independientes con formato propio, que puede ser convertido en formato de hojas de cálculo de Microsoft Excel. En una sesión de trabajo se pueden incluir varias cuadrículas de datos y escoger tentativamente una para realizar el procesamiento matemático. El modelo analítico puede definirse paralelamente a los modelos numéricos, lo que facilita la comparación de modelos teóricos y empíricos.

El concepto de modelo abarca la función objetivo y un conjunto de restricciones, las cuales pueden ser explícitas o implícitas. El formato general previsto de las restricciones es:

$$Lim.Inferior \leq Funcion(x_1, x_2, \dots, x_n) \leq Lim.Superio$$

El editor del modelo analítico (figura 3) permite, usando una sintaxis compatible con el lenguaje BASIC clásico, introducir el texto de la función objetivo y de las restricciones. Las restricciones se introducen a través de un cuadro de edición y posteriormente son añadidas a la lista de restricciones. Una vez en la lista, las restricciones pueden ser modificadas o eliminadas a voluntad del operador.

Finalmente el modelo es compilado. En este proceso se realiza primero un chequeo de la sintaxis, se reconocen las variables del modelo y se crea el objeto compilado "Formula" al cual se pasan como parámetros los valores de las variables, y este devuelve el valor calculado. Los errores que detecta el compilador se muestran en cuadros de mensajes y se señala su posición en la fórmula específica. Si el error se detectó en una restricción, esta es

automáticamente mostrada en el cuadro de edición de restricciones indicándose la posición del error.

Al terminar satisfactoriamente el proceso de compilación se muestra un reporte con una lista de las variables reconocidas. Para cada restricción se muestran los límites encontrados. Si falta uno de los límites, se asume + ? o - ? según corresponda. Desde este formulario es posible realizar evaluaciones de la función objetivo.

Una vez compilado el modelo, y siendo reconocidas las variables del modelo, se puede proceder a especificar las derivadas parciales, que son necesarias para la optimización por el método del gradiente. Presionando el botón "Derivadas" del editor del modelo analítico aparece el formulario "Derivadas parciales" (figura 4). Este formulario posee un cuadro de edición para introducir la fórmula de la derivada parcial, una lista con las derivadas y botones para llevar a cabo las acciones de edición necesarias. En la lista de derivadas parciales se muestra al comienzo de cada línea la variable respecto a la cual se ha calculado la derivada parcial correspondiente. El proceso termina con la compilación del conjunto de derivadas. Los errores detectados son mostrados, indicándose la posición del error en la fórmula correspondiente, en el cuadro de edición de derivadas.

Variable	Derivada parcial
x1	2*(x1-0.5)
x2	2*(x2-1)

Figura 4. Editor de derivadas parciales

Las propiedades de las variables declaradas se especifican en el formulario de propiedades (figura 5), permitiéndose cambiar el nombre de la variable, así como el tipo de variable, continua o discreta. Para las variables discretas se definen los valores posibles de dos formas: con un paso fijo desde un límite inferior a uno superior, e incluyendo o excluyendo valores singulares a los especificados de la primera forma. La definición puede contar sólo de valores singulares incluidos.

Una solución a los problemas de experimentación, modelación y optimización de sistemas vinculados a la administración. (Parte 1).

Nombre: x2

Continúa  Discreta

Límite inferior: 6

Límite superior: 54

Incremento: 6

Incluir  Excluir

36

[1]	12
[2]	36

Lista de variables: Y, x1, x2

Botones: Agregar, Editar, Modificar, Eliminar, Aplicar, Aceptar, Cancelar

Figura 5. Formulario de propiedades de las variables

La variable cuyas propiedades se desean editar se escoge de la lista de variables declaradas que aparece en la parte inferior del formulario. Para la edición de los valores singulares y la aprobación o abandono de los cambios efectuados a las propiedades de las variables, se dispone de los botones de comando necesarios.

Para llevar a cabo las tareas de optimización se han implementado varios métodos, tales como: Gradiente Estándar, Variante de Booth del método del Gradiente, Gradiente combinado, Simplex Estándar, Simplex Acelerado, Complex de Box. Todos los métodos que se ponen a disposición del usuario, han sido adaptados para manipular modelos con restricciones implícitas o explícitas y combinaciones de variables discretas y continuas.

Los parámetros de los distintos métodos de optimización se fijan en la ventana de opciones de optimización (figura 6). En la ficha "General" se especifica si el extremo buscado es un máximo o un mínimo, se fijan el número de iteraciones estimado, la exactitud deseada en el proceso de búsqueda del óptimo, y las coordenadas del punto inicial. En las fichas específicas de los distintos métodos se establecen parámetros particulares tales como: condición de parada, constantes de expansión o contracción (Complex y Simplex Acelerado), etc.

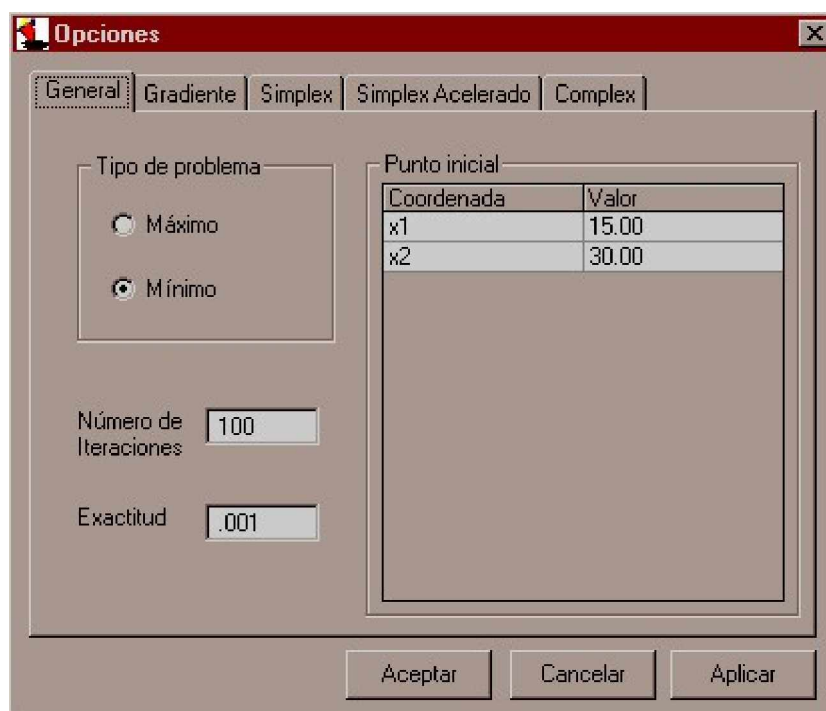


Figura 6. Opciones de los métodos de optimización

Los resultados de la optimización se muestran en un formulario de reporte de ejecución del método utilizado (figura 7). En este reporte se muestran los resultados parciales obtenidos en las distintas iteraciones, el punto óptimo para el cual se obtuvo el extremo, y el valor que toma la función objetivo en ese punto. Se presenta además, el valor de la exactitud de aproximación, que no es más que la diferencia máxima entre el valor encontrado y el verdadero mejor valor.

Reporte de ejecución del método Simplex							
i	x1	x2	Yj(X)	P. rechazo	Regla	P. en Simplex	
21	.4841242	.9702601	1.136501E-03	19	1	21	20 10
22	.4399301	1.014454	3.817324E-03	20	1	21	22 10
23	.5444945	.9864364	2.163733E-03	22	1	21	23 10
24	.4922123	1.000445	6.084669E-05		Reduciendo	24	23 10
25	.5223975	1.008533	5.744664E-04		Reduciendo	24	25 10
26	.5143094	.9783484	6.73552E-04	10	1	24	25 26
27	.4841242	.9702601	1.136499E-03	25	2	24	27 26
28	.4620271	.992357	1.500358E-03	26	2	24	27 28
29	.4881683	.9853528	3.545316E-04		Reduciendo	24	29 28
30	.4771197	.9964012	5.364603E-04		Reduciendo	24	29 30
31	.5032609	.9893968	1.230608E-04	30	1	24	29 31
32	.5073049	1.004489	7.351657E-05	29	1	24	32 31

El valor mínimo Y = 6.084669E-05  
 Fue obtenido en el punto X = (.4922123, 1.000445)  
 Exactitud= .0001

Figura 7. Reporte de ejecución de un método de optimización



El software elaborado cuenta con una barra de menú para facilitar el acceso a los comandos y opciones del sistema, que incluye los menús: “Archivo”, “Edición”, “Ver”, “Modelo”, “Optimización”.

El menú “Archivo” posee comandos para la manipulación del proyecto: abrir, cerrar, crear nuevo, y guardar cambios. Permite la manipulación de las cuadrículas de datos, así como los comandos estándar de impresión; aquí se listan además los cuatro proyectos usados más recientemente, para facilitar su acceso.

El menú “Edición” brinda las posibilidades estándar de edición: cortar, pegar, deshacer cambios etc. El menú “Ver” permite visualizar u ocultar la barra de herramientas y la barra de estado. El menú “Modelo” da la posibilidad de acceder al editor de modelo analítico, al editor de restricciones del modelo numérico y a las propiedades de las variables declaradas. El menú “Optimización” permite la selección de un método de optimización para llevar a cabo el procesamiento del modelo especificado, y acceder a las propiedades de los métodos de optimización. El menú “Ventana” da las opciones clásicas para la manipulación de ventanas y permite el acceso al editor de reportes. El menú “Ayuda” no necesita descripción adicional.

## **CONCLUSIONES**

El software presentado constituye una herramienta útil para realizar labores de modelación y optimización de sistemas. Ha sido confeccionado, en el lenguaje VISUAL BASIC 6.0, alcanzándose una compatibilidad total de las estructuras de datos con las hojas de cálculo de Microsoft Excel. Cuestión esta que facilita el procesamiento de datos, que hayan sido tabulados con este sistema de amplio uso en las tareas de investigación actuales. El software confeccionado es capaz de manipular tanto variables continuas como discretas. Proporciona facilidades para la obtención de modelos matemáticos de sistemas, así como la optimización de los mismos, a través de diversos métodos. Facilita la labor del investigador que no tiene necesidad de trabajar con más de un software a la vez, librándolo de la tarea de realizar constantemente conversiones de tipos de datos y otras incomodidades relacionadas con diferencias en la filosofía de trabajo de uno u otro sistema.

## **BIBLIOGRAFÍA**

1. Box, George E. P. Empirical model building and response surfaces / George E. P. Box, Norman R. Draper. \_\_ 2. ed. \_\_ U. S. A. : John Wiley, 1992. \_\_ 669 p.
2. Beer, S. Decision and control / S. Beer. \_\_ 3 ed. \_\_ London : John Wiley, 1996. \_\_ 334 p.
3. Aitchison, J. The statistical analysis of compositional data. Journal Royal Statistical Society (GB) 44:139 – 160, 1992.

4. Chatterjee, S. K. Response surface designs for estimating the optimal point. *Calcuta Statist. Assoc. Bull. (India)* 30:145 – 169, 1981.
5. Morgan, Stephen L.; Stanley M. Deming. Simplex optimization of analytical chemical methods. *Analytical Chemistry (US)*. 46 (9): 1170 – 1181, aug ,1974.
6. Bevrige, Gordon S. G. Optimization: theory and practice / Gordon S. G. Bevrige, Robert S. Schechter. \_ \_ reimp. \_ \_ La Habana: Ed. Pueblo y Educación, 1979. \_ \_ 762 p.

## **DATOS DE LOS AUTORES**

### **Nombres:**

Lic. Horacio Salvador Hernández. Profesor Asistente  
MsC. Emilio Quevedo Ríos. Profesor Auxiliar

### **Centro de trabajo:**

Dpto. de Física – Química de la Universidad de Holguín. Ave. XX Aniversario  
s/n. Piedra Blanca. Holguín 80400. Gaveta Postal 57.

© Centro de Información y Gestión Tecnológica (CIGET), 1995. Todos los derechos reservados Última actualización: 29 de Marzo del 2010